JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

JDPI

1974

JIZZAKH STATE PEDAGOGICAL INSTITUTE

MATEMATIKA VA INFORMATIKA

matinfo.jspi.uz

MATHEMATICS AND INFORMATICS

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

№2
2021

MUNDARIJA

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО КОСВЕННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ.

Рустамов Мухаммади Жабборович
Джизакский государственный педагогический институт

Annotatsiya: Tezisda jismning ma'lum bir nuqtasida harorat o'zgarishi tezligini tiklash masalasi, uni tana yuzasining alohida nuqtalarida o'lchash asosida ko'rib chiqilgan. Nazorat va kuzatish muammolari dualizmi printsipini qo'llagan holda, savol shartli ekstremum masalalarini echishga qadar kamayadi.

Kalit so'zlar; tiklanish, harorat, dualizm, boshqarish, kuzatish, ekstremum, o'zgarish tezligi, o'lchov.

Аннотация: В тезисе рассматривается задача восстановления скорость изменение температуры в заданной точке тела на основе измерения ее в отдельных точках поверхности тела. Применением принципа дуализма задач управления и наблюдения вопрос сводится к решению задач об условном экстремуме.

Ключевые слова; восстановления, температура, дуализм, управления, наблюдения, экстремум, скорость изменение, измерения.

Annotation:In this work the problem of temperature change in a given point of the surface solid State is considered.Applying the Dualism principle of the problem of managing and observation the question can bring to the problem of solution of extremal.

Key words; revealing, heat, dualist, managing, observation, extrimum, change, measurement.

Рассмотрим нагрев бесконечной пластины конечной толщины $S=1$, в предполжении, что началъная температура пластинки и процесс нагрева проходят идентично по тольщине во всех сечениях параллелъных её боковой поверхности [1]. Тогда достаточно анализировать ход процесса в некотором “стержне”, расположенном в пластине.

Пусть распределение температури по толщине пластини $x(0 \le x \le 1)$ и во времени $t(0 \le t \le \bar{t})$ описывается функцией $T(x,t)$, определяемой в прямоугольнике, где $\prod = [0,1]x[0,\bar{t}]$, $\bar{t} > 0$-фиксированное число. Функцию $T(x,t)$ назовем фазовим состоянием процесса нагрева. Внутри отрезка $[0,1]$ и при $\bar{t} > 0$ распределение температуры подчиняется уравнению теплопроводности:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \qquad (1)$$

Здесь a коэффициент температурапроводности. На концах стержня приняты следующие условия теплопередачи:

$$\mu\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha[U(t) - T(1,t)]; \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \qquad (2)$$

Где μ-коэффициент теплопроводности, α- коэффициент теплообмена между греющей средой соответственно с одной стороны и боковой поверхности пластины с другой. Левый конец пластины x=0 тепло изолирован. Температуру греющей среды $U(t)$ назовем управляющим воздействием или просто управлением.

Пусть в процессе нагрева имеется возможность измерять изменение температуры в некоторых точках нагреваемого тела. Задача определения скорость изменение температуры по времени в заданной точке стержня по известному изменению температуры $T(\bar{x},t)$ в точке $\bar{X} \in [0,1]$ и законом теплопередачи (1)-(2) составляет предмет задачи идентификации (процесса) нагрева, рассматриваемой ниже.

Функции $y_i(t)$ связанные с точками $x_i \in [0,1]$

$$y_i(t) = T(\bar{x}_i,t) + \xi(\zeta) \qquad (3)$$

Назовем измеряемой компонентой процесса нагрева.

Задача 1. По функциям $y_i(t)$, $t \in [0,1]$ константам a, α, μ и соотношениям (1)-(3) определить $T'(\bar{\bar{x}},t)$, $t \in [0,1]$, $(\bar{\bar{x}} \neq \bar{x})$ [5]

Пусть g(t) –некоторая данная функция из $C^1(0,\bar{t})$

Задача 2. При всех данных задачи 1 найти величину

$$Z_g = \int_0^{\bar{t}} g(t)T'(\bar{\bar{x}},t)dt \qquad (4)$$

Понятно, что решения задачи 2 при различных функциях $g(t) = g_i(t) i = 1,2,...$ составляющих базис пространства $Z_2(0,\bar{t})$ позволит найти функцию $T'(\bar{\bar{x}},t)$ по проекциям (4) как элемент $Z_2(0,\bar{t})$. Поэтому далее будем рассматривать только задачу 2. Для краткости изложения рассмотрим, ниже наблюдение по одному датчику $(i=1)$ распространение на общий случай принципиально будет понятным.

Будем искать величину (4) в виде

$$Z_g = \int_0^{\bar{t}} [K(t)y(t) + \varphi(t)U(t)]dt \tag{5}$$

Где К(т) и φ(т) искомые функции из $Z_2(0,\bar{t})$. Следуя известной технике теории наблюдаемости в линейных задачах [2]-[3] выберем линейный функционал (5) так чтобы при связях (1)-(3) выполнялось тождество

$$Z_g \int_0^{\bar{t}} g(t)T'(\bar{\bar{x}},t)dt = \int_0^{\bar{t}} [K(t)T(\bar{x},t) + \varphi(t)U(t)]dt \tag{6}$$

На решениях уравнения (1) рассмотрим тождество

$$O \equiv \int_0^1 \int_0^{\bar{t}} \psi(x,t) \left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \right] dxdt$$

Здесь $\psi(x,t)$ произвольная функция имеющая непрерывные производные $\frac{\partial \psi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ всюду в внутри прямоугольника Π кроме разве лишь отрезков $t \in [0,\bar{t}], x = \bar{x}, x = \bar{\bar{x}}$

Предполагается, что система (1)-(2) имеет решения с непрерывными $\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$. Последнее тождество сложим с уравнением (6) и пользуясь интегрированием по частям на промежутках $(0,\bar{x}), (\bar{x},\bar{\bar{x}}), (\bar{\bar{x}},1)$ (с учетом (2) и (3)) получим

$$Z_g=\int_0^{\bar t}\left\{\{g(t)+a\left[\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}+0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}-0,t)}{\partial x}\right]\right\}T'(\bar{\bar x},t)dt-\int_0^{\bar t}\left\{K(t)+a\left[\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}+0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}-0,t)}{\partial x}\right]\right\}$$

$$T(\bar{\bar x},t)dt-a\int_0^{\bar t}[\psi(\bar{\bar x}+0,t)-\psi(\bar{\bar x}-0,t)]\frac{\partial T(\bar{\bar x},t)}{\partial x}dt-a\int_0^{\bar t}[\psi(\bar{\bar x}+0,t)-\psi(\bar{\bar x}-0,t)]\frac{\partial T(\bar{\bar x},t)}{\partial x}dt-$$

$$-a\int_0^{\bar t}\left[\frac{\alpha}{\mu}\psi(1,t)+\frac{\partial\psi(1,t)}{\partial x}\right]T(1,t)dt-\int_0^1\psi(x,\bar t)T(x,\bar t)dx+\int_0^1\psi(x,0)T(x,0)dx+a\int_0^{\bar t}\left[\frac{\alpha}{\mu}\psi(1,t)-\varphi(t)\right]$$

$$U(t)dt+a\int_0^{\bar t}\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial x}T(0,t)dt+a\int_0^1\int_0^{\bar t}\left[\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}\right]T(x,t)dxdt.(7)$$

Потребуем здесь равенства нулю коэффициентов при неизвестных значениях функции $T(x,t)$ и её производных

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}=0 \qquad (x,t)\in\Pi \qquad (8)$$

$$\psi(x,0)=0,\psi(x,\bar t)=0,x\in[0,1] \qquad (9)$$

$$\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial x}=0,t\in[0,t] \qquad (10)$$

$$\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,t)+\frac{\partial\psi(1,t)}{\partial x}=0,t\in[0,\bar t] \qquad (11)$$

$$a\left(\frac{\partial\psi(\bar x-0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(\bar x+0,t)}{\partial x}\right)=-K(t) \qquad (12)$$

$$a\left(\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}-0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(\bar{\bar x}+0,t)}{\partial x}\right)=-g(t) \qquad (13)$$

$$\psi(\bar x+0,t)=\psi(\bar x-0,t),\psi(\bar{\bar x}+0,t)=\psi(\bar{\bar x}-0,t) \qquad (14)$$

Итак, для функции $\psi(x,t)$ получена краевая задача (8)-(14). Пусть эта система имеет решения при некоторых функциях $[K(\cdot),\psi(\cdot)]$ Тогда в тождестве (7) остается

$$O\equiv\int_0^{\bar t}U(t)\left[\varphi(t)+\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,t)\right]dt$$

Отсюда заключаем: для того чтобы выполнялось соотношение (6) при связях (1)-(3) и любом уравнении $U(t)$ достаточно

$$\varphi(t) = -\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,t) \qquad (15)$$

Итак установлена

Теорема: Для того, чтобы имело место тождество (6) при связях (1)-(3), достаточно, чтобы существовало решение краевой задачи (8)-(15). [6]

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.1965.

2. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М. 1968.

3. Иванов А.П. Кирин Н.Е. К методам наблюдения линейных возмущаемых систем. Дифференциальные уравнения. 1974. Т., с.788-791.

4. Исраилов И., Кирин Н.Е., Рустамов М.Д. Задачи наблюдаемости процесса нагрева. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Т.,1988,вып.84,-166 с.

5. Рустамов М. Нуқтада иссиқлик ўзгаришини ўлчаш натижасида берилган нуқтадаги иссиқлик ўзгаришини аниқлаш усули. Республика илмий-назарий конференция. СамДУ 2019 15-декабр

6. Рустамов М., Қаххоров М. Задача восстановления изменение температури по косвенным наблюдениям. Международний Чентр науч. сотруд-о ‘Наука и просвещение’ г. Пенза 2019 г. 15-декабр