JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI
JDPI
1974
JIZZAKH STATE PEDAGOGICAL INSTITUTE

MATEMATIKA VA INFORMATIKA

matinfo.jspi.uz

MATHEMATICS AND INFORMATICS

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

№2
2021

MUNDARIJA

XARAKTERISTIK TENGLAMA ODDIY ILDIZLARGA EGA BO'LGAN XOL UCHUN YECHIMNI TUZISH.

Tojiboyev. J. O

Jizzax davlat pedagogika instituti 2 kurs magistranti

Anatatsiya: Ushbbu maqola xarakteristik tenglama oddiy ildizlarga ega bo'lgan xol uchun yechimlarni topish masalasi qaralgan bunda sistemaning xususiy yechimidan tuzilgan algebraik tenglamalar sistemasini trival bo'lmagan holini qaraymiz.

Kalit so'zlar. fundamental yechim, algebraik tenglama, xos vektor, trival, determinant.

Faraz qilaylik

$$y' = A(x)y,$$

tenglamada A-o'zgarmas matritsa bo'lsin

$$y' = Ay, \qquad A = const \tag{1.1}$$

bunday xolda fundamental yechimlar sistemasini tuzish yoki fundamental matritsa algebraik amallarga keltiriladi. (1.1)-sistemaning xususiy yechimini $\alpha e^{\lambda x}$ ko'rinishda izlaymiz, bunda λ-no'malum parametr, α-no'malum o'zgarmas ustun. $\alpha e^{\lambda x}$ ni (1.1) sistemaga qo'yib

$$\lambda \alpha e^{\lambda x} = A\alpha e^{\lambda x}$$

tenglamga ega bo'lamiz. Bu tenglamadan

$$(A - \lambda E) = 0 \tag{1.2}$$

algebraik tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz, bunda α (1.2)-sistemaning yechimi bo'lsin. α(1.2) sistemaning trival bo'lmagan yechimi bo'lishi uchun

$$det(A - \lambda E) = 0 \tag{1.3}$$

tenglama n tartibli algebraik tenglama bo'lishi kerak. (1.3) tenglamaga (1.1)tenglamaning xarakteristik tenglamasi deyiladi.

Faraz qilaylik $\lambda_1; \lambda_2; \dots \dots, \lambda_n$ lar (1.3) tenglamaning oddiy ildizlari bo'lsin. Har bir λ_i ga A matritsaning $\alpha_{(i)} \neq 0$ xos vektorlari mos kelsin, bu holda λ_i larga A matritsaning xos qiymatlari deyiladi. α_i qiymatlar (1.2) tenglamadan $\lambda = \lambda_i$ ni qo'yish orqali aniqlanadi. $\alpha_{(i)}$ koordinat sifatida $det(A - \lambda E)$ determinantning bitta satriga algebraik to'ldiruvchi sifatida olish mumkin.

Teorema. Agar $\lambda_i(i = \overline{1,n})$ (1.3) xarakteristik tenglamani oddiy ildizlari bo'lib, $\alpha_{(i)}, (A - \lambda E)\alpha = 0$ tenglamaning no'l bo'lmagan yechimi bo'lsa, u holda $a_{(i)}e^{\lambda_i x}$ $(i = \overline{1,n})$ ustun (1.1) tenglamaning fundamental yechimlar sistemasini tashkil qiladi.

Isbot. Faraz qilaylik$a_{(i)}e^{\lambda_i x}$yechim chiziqli bg'langan bo'lsin:

$$\sum_{i=1}^{n} C_i a_{(i)} e^{\lambda_i x} = 0, \quad C_1 \neq 0 \qquad (1.4)$$

bundan

$$C_1 a_{(1)} e^{(\lambda_1 - \lambda_n)x} + \cdots\cdots\cdots + C_{n-1} a_{(n-1)} e^{(\lambda_{n-1} - \lambda_n)x} + C_n \lambda_{(n)} = 0$$

ga ega bo'lamiz. Bu tenglamani differensiallab (n-1) ta qo'shiluvchilarni o'zida saqlovchi (1.4) tipdagi tenglamani hosil qilamiz. Differensiallash amalini ketma-ket qo'llab oxiri $C_1\alpha_{(1)} = 0$ tenglikga ega bo'lamiz. Agar hech bo'lmasa $\alpha_{(i)}$ bittasi no'ldan farqli bo'lsa, u holda bundan $C_1 = 0$ kelib chiqadi, bu (1.4) tenglikga qarama qarshi.

$\lambda_i(i = \overline{1,n})$ lar A matritsaning xos qiymatlari bo'lib $\alpha_i(i = \overline{1,n})$ lar A matritsaning $\lambda_i(i = \overline{1,n})$ xos qiymatlarga mos keluvchi xos vektorlari bo'lsa, u holda (1.1) sistemaning umumiy yechimi

$$y = C_1 e^{\lambda_1 x}\alpha_1 + C_2 e^{\lambda_2 x}\alpha_2 + \cdots\cdots + C_n e^{\lambda_n x}\alpha_n \qquad (1.5)$$

bo'ladi.

1. *Masala.*

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x + 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x - y \end{cases}$$

tenglamalar sistemasining umumiy yechimini toping.

Yechish. Bu sistemani hususiy yechimini

$$x = \alpha e^{\lambda t}, \ \ y = \beta e^{\lambda t}$$

ko'rinishda izlaymiz. Bu ifodalarni berilgan sistemaga qo'yib α va β larni aniqlash uchun

$$\begin{cases} (5-\lambda)\alpha + 2\beta = 0 \\ -4\alpha + (-1-\lambda)\beta = 0 \end{cases} \tag{1.6}$$

ko'rinishdagi bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu sistemani trival yechimga. Ega bo'lishi uchun uning determinanti

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & 2 \\ -4 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{1.7}$$

bo'lishi kerak. (1.7)-ni yechib $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3$ ekanligini aniqlaymiz.

$\lambda = \lambda_1 = 1$ bo'lganda (1.6) tenglamalar sistemasi $4\alpha + 2\beta = 0$ tenglamaga ekvivalent, bu tenglamani bitta yechimi $\alpha = 1, \beta = -2$ bo'ladi. U holda berilgan sistemaning yana bitta yechimi $x_2 = e^{3t}, \ \ y_2 = -e^{3t}$ bo'ladi. ikkala yechimdan tuzilgan determinant

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{3t} \\ -2e^t & -e^{-3t} \end{vmatrix} = e^{4t} \neq 0$$

bo'lgani uchun, berilgan tenglamani aniqlangan ikkita yechimi chiziqli bog'lanmagan bo'ladi. shuning uchun ular fundamental yechimlar sistemasi bo'ladi. U holda berilgan sistemaning barcha yechimlari

$$\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{3t}, \\ y = -2C_1 e^t - C_2 e^{3t}, \end{cases}$$

dan iborat, bunda C_1 va C_2 –ixtiyoriy o'zgarmas.

Foydalanilgan Adabiyotlar

1.Фешенко С.Ф, Шкиль Н. И, Николенко Л. Д. Асимптотические методы втеории линейных дифференциальных уравнений.-К: Наук думка, 1966.-252с

2.Васильева А. Б, Бутузов В. Ф, Сингулярное возмущенное уравнения в критических случаях. -Изд. МГУ, 1978,-107с.

3.Alishev A, Alishev Sh .Oddiy defferensial tenglamalar sistemasini asimptotik integrallash.-T: Fan va texnalogiya, 2016,-260 bet.