NOCHIZIQLI SISTEMALARDA BIFURKATSION HOLATLARNI ANIQLASH USULLARI

dots: Sidiyorov S.

JDPI umumiy matematika kafedrasi .

Pardaeva Z.

JDPI matematika o'qitish metodikasi kafedrasi o'qituvchisi.

Mamatov J.

JDPI matematika o'qitish metodikasi kafedrasi o'qituvchisi.

Annotatsiya: Ma'lumki, tabiat hodisalarining aksariyati chiziqli bo'lmagan holda ro'y beradi, ularning matematik modelini hosil qilishda chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalarni tuzishga to'g'ri keladi. Uni sistema shaklida qarab, differensial tenglamalarning sifat nazariyasi bo'yicha tekshiriladi. Sistemaning qo'zgalmas nuqtalardagi fazoviy portretining ko'rinishiga qarab, sistemaning rivoji haqidagi hulosalar chiqariladi.

Аннотатсия: Извецно что, природные протсессы осущецвляются нелинейными образами, для исследование этих протсессов соцавляется математический модел в виде нелинейного дифференсиалного уравнения, где сицема исследуется, с точки зрения качецвенной теории дифференсиалных уравнений. По виду фазовой видимоци портрета сицемы определяется уцойчивоц сицемы. Сицема может менятся с ицечением времени в точках бифуркатсии.

Resume: It is that some of the natural events happen lineless, maning of their mathematic model have to do differential equations. It will be checked according to quality theory of differential equations as a right of system. At the end it concluded about developing of system due to, unmoveable points of space portrait view.

Sistemani ochiqlikda kuzatganimizda, ya'ni tabiat hodisalarini qanday sodir bo'layotgan bo'lsa, o'sha holicha tekshirganimizda jarayonning real holatini bir nechta parametrlar yordamida ifodalashimiz mumkin. Bu parametrlar sistemani aniqlovchi differensial tenglamalar tarkibiga ham kiradi.

SHunday holatning matematik modelini quyidagicha yozish mumkin:

$$\bar{X} = f(\alpha, x), \qquad (1)$$

bu erda $a = (a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$ vektor parametrlari bo‘lib, f - ikkita o‘zgaruvchining nochiziqli funksiyasidir.

SHunday ko‘rinishdagi nochiziqli differensial modellar yordamida sistemaning o‘zgarib borish hususiyatlarini birmuncha oydinlashtirish mumkin.

<u>Ta’rif.</u> a - parametrning qisqacha o‘zgarishi bilan sistemaning fazoviy portretini sifat jihatdan o‘zgarib ketishi fazoviy portretning bifurkatsiyasi deyiladi. Parametrning $a = a_0$ bifurkatsiya hosil qiladigan qiymatiga bifurkatsion qiymat deyiladi yoki bifurkatsiya nuqtasi deb ham yuritiladi.

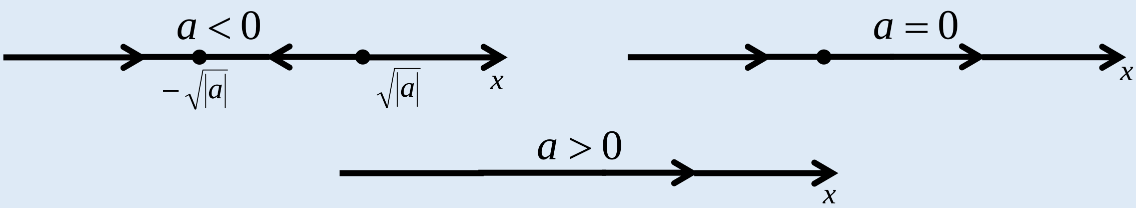
1^0. Bir parametrli bir o‘lchovli differensial tenglamani qaraymiz:

$$\bar{X} = x^2 + a, \qquad x \in R, \quad a \in R. \qquad (2)$$

Bu erda $a < 0, a > 0$ va $a = 0$ qiymatlarni qabul qilishi mumkin:

<u>1-holda</u>: $a < 0$, (2) tenglama ikkita qo‘zg‘almas nuqtaga ega:

$$\overline{x_1} = -\sqrt{|a|} \qquad \overline{x_2} = \sqrt{|a|}.$$



$\overline{x_1}$ - o‘zgarmas nuqta *attraktor*, $\overline{x_2}$ - *repeller* deb yuritiladi.

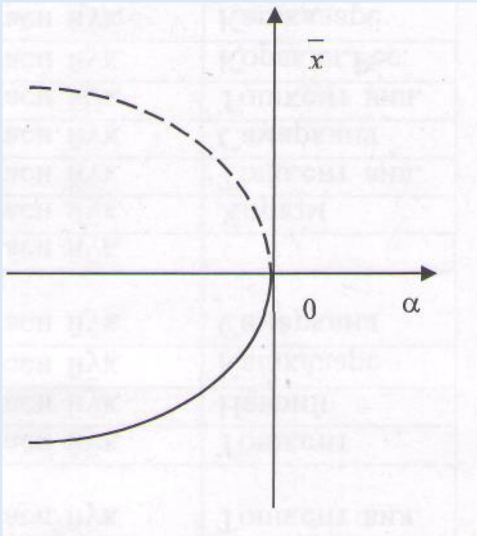
<u>2-holda</u>: $a = 0$ (2) tenglama bitta qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi. Qaysiki, $\bar{x} = 0$ bu nuqta *shunt* deyiladi.

<u>3-holda</u>: $a > 0$ (2) tenglama qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘lmaydi.

SHunday qilib, parametrning $a = 0$ qiymati bifurkatsion qiymat bo‘ladi.

Sistema turg‘un holatda bo‘lishi uchun a - parametr o‘sib nolga yaqinlashishi kerak, noldan o‘tgandan keyin turg‘unlik buziladi va $a=0$ qiymatda quyiladi, $a>0$ qiymatlarda yo‘q bo‘lib ketadi.

Bifurkatsion holatni oydinlashtirish maqsadida (2) tenglamaning statsionar echimlarini o‘zaro bog‘lanishini ifodalab, a - ning o‘zgarishi bilan qo‘zg‘almas nuqta tugun - egar bo‘lganda, bunday funksional bog‘lanish yuqori tarmog‘i turg‘unsizlik bo‘lib, quyi tarmog‘i turg‘unlik holatni anglatadigan parabolani ifodalab qoladi. Ochiq holdagi sistema parametrning turg‘unlik holati davrida muvozanat holda bo‘ladi. Parametrning $a=0$ qiymatidan oshib o‘tganidan keyin muvozanat holat yo‘qoladi. Agar parametr o‘ng tomondan chap tomonga o‘tgan holda birdaniga turg‘unlik holat sodir bo‘ladi va sistema muvozanat holatga keladi.



Bunday ko‘rinishdagi bifurkatsiya *attrakter* — *shunt* deyiladi.

2°. Ikki o‘lchovli fazodagi bifurkatsion holatlar:

a) Quyidagi tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1^2 + a, \qquad \frac{dx_2}{dt} = -x_2 \tag{3}$$

<u>1-holda</u>: $a < 0$ bo‘lsin, u holda (3) sistema quyidagi qo‘zg‘almas nuqtalarga ega bo‘ladi:

$$\begin{cases} \bar{x}_1^{(1)} = -\sqrt{|a|} \\ \bar{x}_2^{(1)} = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} \bar{x}_1^{(2)} = \sqrt{|a|} \\ \bar{x}_2^{(2)} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Bu qo‘zg‘almas nuqtalar atrofida (3) sistemani chiziqli yaqinlashishga keltiramiz [5].

	1-qo‘zg‘almas nuqta	2-qo‘zg‘almas nuqta
$a_{11} = 2\bar{x}_1$	$-2\sqrt{\lvert a\rvert}$	$2\sqrt{\lvert a\rvert}$

$a_{12} = 0$	0	0
$a_{21} = 0$	0	0
$a_{22} = -1$	-1	-1

Jadvalda nuqtalarga mos ravishda A - matritsaning elementlari keltirilgan.

A - matritsaning xususiy qiymatlari esa quyidagicha

1-qo‘zg‘almas nuqtada 2-qo‘zg‘almas nuqtada

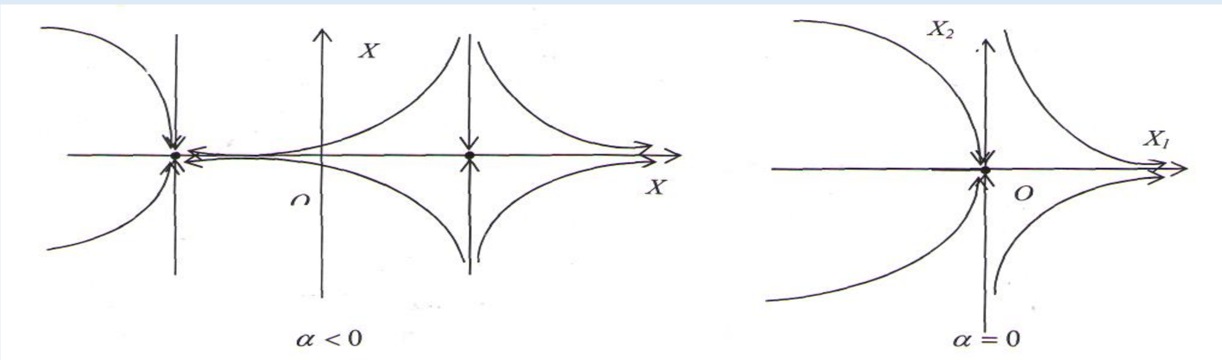
$\lambda_1^{(1)} = -2\sqrt{|a|} < 0,\ \ \lambda_2^{(1)} = -1 < 0,$ $\lambda_1^{(2)} = -2\sqrt{|a|},\ \ \lambda_2^{(2)} = -1 < 0$

SHunday qilib, 1-qo‘zg‘almas nuqtada tugun nuqtada turg‘unlik, 2-qo‘zg‘almas nuqta esa egar bo‘ladi.

2-holda: $a = 0$ bo‘lsa, (3) sistema faqat bitta qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi, ya’ni $x_1 = 0$, $x_2 = 0$. Bu erda A - matritsaning xususiy qiymatlari $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -1$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Demak, $a = 0$ qiymat parametrning bifurkatsion qiymati bo‘ladi, shuning bilan birgalikda A - matritsaning bitta xususiy qiymati ham noldir $\lambda_1 = 0$

SHaklda qaralayotgan sistemaning bifurkatsion holati tasvirlangan. Haqiqatdan ham $a < 0$ bo‘lganda sistema ikkita qo‘zg‘almas nuqtaga ega, birinchisida egar nuqta, ikkinchisida tugun nuqtada turg‘unlik mavjud bo‘lmoqda. $a \to 0$ holatda bu nuqtalar bir-biriga yaqinlashib, quyilish tugun-egar nuqtani hosil qiladi.



Mana shunday holatga bifurkatsiyaning tugun-egar nuqtasi deyiladi.

Misol tariqasida bironta reaksiya sxemasining bifurkatsion modelini keltiramiz.

a) Quyidagi sxema bo‘yicha bajariladigan aralashmaning reaktordagi reaksiya jarayonini kuzatamiz:

$$2X + E \xrightarrow{k_1} 3X,\ 3X + A \xrightarrow{k_2} B,\ Y + P \xrightarrow{k_3} D$$

Bunday jarayonning matematik modelini quyidagi sistema orqali ifodalash mumkin:

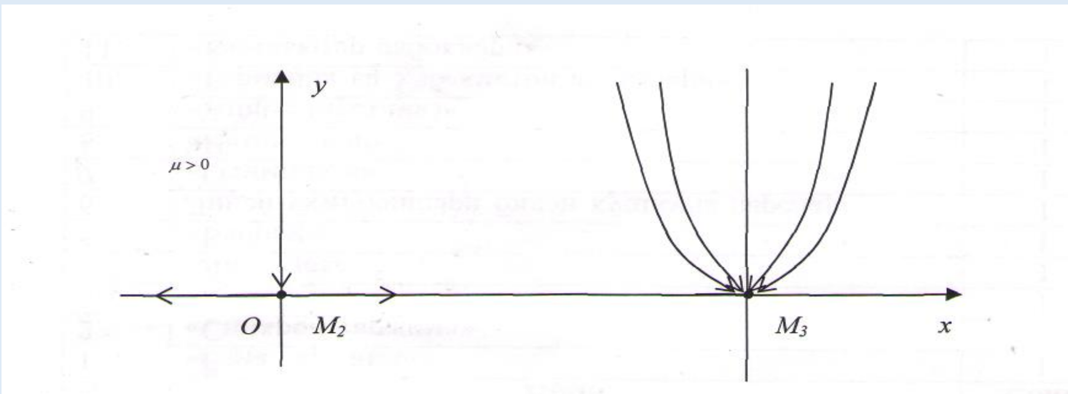
$$\frac{dx}{dt} = k_1 x^2 - k_2 x^3 + \mu x,\quad \frac{dy}{dt} = -k_3 y\,, \qquad (5)$$

bu erda μ- parametr bo‘lib, reaktorda bo‘layotgan jarayonga teskari proporsional kattalikdir, bu sistema uchun ham $\mu > 0, \mu = 0, \mu < 0$ ko‘rinishidagi hollar bo‘lishi mumkin.

1-holda: $\mu > 0$ bo‘lsin, u holda (5) sistema uchta qo‘zg‘almas nuqtalarga ega bo‘ladi:

$$M_1\left(\frac{k_1 - \sqrt{k_1^2 + 4\mu k_2}}{2k_2};0\right),\ M_2(0;0),\ M_3\left(\frac{k_1 + \sqrt{k_1^2 + 4\mu k_2}}{2k_2};0\right)$$

M_1 va M_2 nuqtalar egar nuqtalar deyiladi. M_3 nuqta tugun nuqta bo‘lib, unda turg‘unlik hukm suradi. Umuman olganda M_1 nuqta fizik ma’noga ega emas chunki, reaksiyada qatnashuvchi aralashmalarning konsentratsiyasi manfiy bo‘la olmaydi, shu sababli M_1 nuqta shaklda keltirilmagan.



Agar $\mu = 0$ bo‘lsa, (5) sistema ikkita qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘ladi. Bular M_1 va M_2 bo‘lib, bitta (0:0) nuqtaga quyiladi. Bunday holat esa, tugun-egar nuqtani anglatadi. M_3 nuqta bu holda ham tugun nuqtadagi turg'unlik holatini sodir qiladi. SHu sababli, $\mu = 0$ shartda (5) sistema uchun bifurkatsion holat boshlanadi.

SHunday qilib, nochiziqli sistemalarni sinergetika nuqtai-nazaridan tekshirganimizda, bifurkatsion holatlarni aniqlash mumkin, bunday holatlar esa sistemadagi o'zgarishni, yangilanishni ayniqsa, kimyoviy reaksiya jarayonida moddalar konsentratsiyasining oshishi bilan yangi hosil bo'ladigan moddaning shakllanishini anglatadi. SHu tariqa dissipativ strukturalarning hosil bo'lishi ko'zga tashlanadi.

Adabiyotlar.

1. Fixtengols G.M. Matematik analiz asoslari 1 tom, «O'qituvchi» T.. 1970
2. Saloxiddinov M.S., Nasiriddinov G'.N. Oddiy differensial tenglamalar. «O'qituvchi» T.. 1994
3. Guter R.S., YAnpolskiy A.N. Diferensialnыe uravneniya «Vыsshaya shkola» M. 1967
4. Samoylenko A.M., Krivosheya S.A., Perestyuk N.A. Diferensialnыe uravneeiya «Vыsshaya shkola» M. 1989.
5. Amelkin V.V. Diferensialnыe uravneniya v prilojeniyax «Nauka» M. 1987.
6. Danilov YU. Nelineynost «3S» №11/1982 statya
7. Morero D., Max-Krokle M. Bifurkatsiya rojdeniya sikla i ee prilojeniya. M.Mir, 1988
8. Migdal A.B. Kachestvennыe metodы v kvantovoy teorii «Nauka», M. 1975
9. Malinetskiy G.G. Potapov A.B. Sovremennыe problemы nelineynoy dinamiki. Moskva URSS, 2002
10. Malinetskiy G.G. Matematicheskie osnovы sinergetiki M. URSS, 2007
11. Zeldovich YA.I. Vыщaya matematika dlya nachinayushix i eyo prilojenie k fizike, fiz-matgiz, M. 1963.
12. Zeldoviich YA.B., Mыshkis A.D. Elementы prikladnoy matematiki, «Nauka», M. 1977
13. Petrovskiy I.G. Obыknovennыe differensialnыe uravneniya. «Nauka» M. 1963
14. Zorich V.A. Matematicheskiy analiz. CHast 1, «Nauka» M. 1963.

15. Sidiyorov S. Murakkab fizika-kimyoviy jarayonlarda ro‘y beradigan o‘zgarishlarni o‘rganishda nochiziqli moddellar tadbiqi. Fizika, matematika va informatika jurnali №5, 2008 yil, 9 bet.