

**МОЖНО ЛИ ПО СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЕ ОПРЕДЕЛИТЬ  
НА СКОЛЬКО СТОРОН КВАДРАТНАЯ ПЛАСТИНА  
ЗАЩЕМЛЕНА?**

**Ж. А. Пардаев.**

*e-mail: [pardayev.jasurhon@mail.ru](mailto:pardayev.jasurhon@mail.ru)*

*Джизакский гоусударственный педогогический институт, г. Джизак.*

**Аннотация.** Изучаются пластины разных форм. Рассматриваются собственные колебания пластин в виде квадрата. На некоторых сторонах эти пластины жестко защемлены, на других они свободно оперты. Задача состоит в том, чтобы с помощью одной частоты определить, на каких сторонах пластины жестко защемлены, а на каких свободно оперты. Ранее такая задача не рассматривалась. Рассматривались задачи идентификации общих краевых условий кольцевой пластины на обоих контурах и общих краевых условий на противоположных сторонах по нескольким собственным частотам. Изучалась также задача идентификации по одной частоте неупругих закреплений кольцевой пластины на обоих контурах.

**Ключевые слова:** пластина, колебания, частота, дифференциальное уравнение.

**Xususiy chastotalar orqali turli shakldagi plastinkalarning nechta  
tomoni mahkamlangan ekanligini aniqlash mumkinmi?**

**Аннотация.** Ushbu ishda turli shakldagi plastinkalar o'rganilayapti. Kvadrat shaklidagi plastinkalarning xususiy tebranishlari qaralgan. Bu plastinkalarning ayrim tomonlari qattiq mahkamlangan boshqa tomonlari esa erkin tayangan. Masalaning qo'yilishi shundaki, bitta chastota yordamida ushbu plastinkalarning qaysi tomonlari qattiq mahkamlangan, qaysi tomonlari esa erkin tayangan ekanligini aniqlashdir. Ilgari bunday masala qaralmagan. Ilgari bir nechta chastotalar yordamida halqali plastinkaning ikkala konturi va ikkala qarama-qarshi tomonlarining umumiy chegaraviy shartlarini aniqlash masalasi qaralgan.

**Калит so'zlar:** plastinka, tebranish, chastota, differensiyal tenglama.

## **Is it possible to determine on natural frequency how much sides of the plate are pinched?**

**Abstract.** In the work the vibration of the plateau in the form of quarter, equilateral triangle and rhomb is investigated. It has been proposed that at some side this plateau fixed hardly and in another side they a free connected. The problem of identification of general boundary conditions of annular plateau at both contours and opposite sides on some frequency has been considered. It is considered the problem of identification of on one frequency non elasticity fixed annular plateau in a both contours. The problem is that how determine in what side of the plateau fixed hardly and in what side it connected as freely. Such problem has not been considered yet.

**Key words:** plateau, vibration, differential equation, frequency.

### **Введение.**

В 1966 году Марком Кацем была опубликована статья «Можно ли услышать форму барабана?». Оказалось, что вопрос, заданный в статье не имеет однозначного ответа. Есть несколько форм барабана, которые звучат одинаково. Мы задаемся другим вопросом: можно ли по звучанию пластины, определить на сколько сторон пластина защемлена, если остальные стороны свободно оперты? Оказывается, ответ на этот вопрос имеет однозначный ответ. Более того, определить то, на сколько сторон защемлена пластина можно лишь по одной (первой) частоте колебаний.

Рассматриваются собственные колебания пластин в виде квадрата, равностороннего треугольника, равнобедренного треугольника и ромба. На некоторых сторонах эти пластины жестко защемлены, на других они свободно оперты. Задача состоит в том, чтобы с помощью одной частоты определить, на каких сторонах пластины жестко защемлены, а на каких – свободно оперты. Ранее такая задача не рассматривалась. Изучались задачи отыскания собственных частот и определения краевых условий по собственным частотам [2-20]. Рассматривались задачи идентификации общих краевых условий кольцевой пластины на обоих контурах [2,4,9,10] и общих краевых

условий на противоположных сторонах по нескольким собственным частотам [3,5,9,10]. Изучалась также задача идентификации по одной частоте неупругих закреплений на противоположных краях прямоугольной пластины: (заделка)–(заделка), (заделка)–(свободное опирание), (заделка)–(плавающая заделка), (заделка)–(свободный конец), (свободное опирание)–(заделка), (свободное опирание)–(свободное опирание), (свободное опирание)–(плавающая заделка), (свободное опирание)–(свободный конец), (плавающая заделка)–(заделка), (плавающая заделка)–(свободное опирание), (плавающая заделка)–(плавающая заделка), (плавающая заделка)–(свободный конец), (свободный конец)–(заделка), (свободный конец)–(свободное опирание), (свободный конец)–(плавающая заделка), (свободный конец)–(свободный конец)[8].

Пластины являются деталями конструкций. Для выявления того, на сколько сторон закреплена пластина, можно использовать собственные частоты колебаний.

### Квадратные пластины.

Дифференциальное уравнение собственных свободных поперечных колебаний квадратной пластинки в прямоугольной системе координат имеет вид

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \beta w = 0,$$

где  $\beta$  – безразмерный спектральный параметр.

В [21] приводится таблица первого собственного значения  $\beta_1$  в зависимости от того, на каких сторонах квадратная пластина жестко закреплена, а на каких свободно оперта.

Таблица 1. Квадратная пластина.

На каких сторонах пластина жестко закреплена	$\beta_1$	Работа, в которой вычислено $\beta_1$
Ноль сторон	19,739	[23]
Одна сторона	23,648	[24]

Две смежных стороны	27,208	[24]
Две противоположных стороны	28,948	[24]
Три стороны	31,875	[24]
Четыре стороны	35,985	[24]

Как видим, каждому случаю квадратной пластины соответствует одно вполне определенное собственное значение. Причем эти значения не совпадают. Таким образом, первому собственному значению, а значит, и первой собственной частоте соответствует вполне определенный случай. Следовательно, верна

**Теорема.** *По первой собственной частоте колебаний квадратной пластины количество сторон, на которые пластина закреплена, определяется однозначно.*

### Литература

1. Кас М. Can One Hear the Shape of a Drum? The American Mathematical Monthly, 1966. Vol. 73, No. 4, Part 2. P. 1-23
2. Гнуни В.Ц., Оганисян З.Б. Определение граничных условий круглой кольцевой пластинки по заданным частотам собственных колебаний. Известия НАН РА, серия «Механика». 1991. Т. 44. № 5, С. 9-16.
3. Оганисян З.Б. Об одной задаче восстановления граничных условий на краях пластинки при заданном спектре частот собственных поперечных колебаний. Ученые записки ЕГУ. 1991, № 1. С.45-50
4. Akhtyamov A.M., Mouftakhov A.V. Identification of boundary conditions using natural frequencies. Inverse Probl. Sci. and Eng-ng. 2004. V. 12. № 4. P. 393-408.
5. Ахтямов А. М., Муфтахов А. В., Тайхер М., Ямилова Л. С. Об одном методе определения по собственным частотам условий закрепления прямоугольной пластины. Известия РАН. МТТ. 2007. № 1. С. 100-113.
6. Strutt W. (Lord-Rayleigh) The theory of Sound. V. 1. L. Macmillan 1926. СтрэттДж.В. (ЛордРэлей). Теория звука. Т. 1. М. Л. Гостехиздат, 1940. 500 с.

7. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. Т. 1. Колебания линейных систем. Под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.
8. Ахтямов А.М., Пардаев Дж.. Об идентификации неупругих закреплений прямоугольной пластины. Вестник Башкирского университета. 2019. Т. 24. № 2. С. 290-294.
9. Ахтямов А.М. Теория идентификации краевых условий. Уфа: Гилем, 2008, 300 с.
10. Ахтямов А.М. Теория идентификации краевых условий и ее приложения. М.: Физматлит. 2009. 272 с.
11. Халилов С.А., Минтюк В.Б. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе упрощенной модели. Авіційно-космічнатехніка и технологія. 2003. Вып. 2. С. 6-10.
12. Гладвелл Г.М.Л. Обратные задачи теории колебаний. Ахтямов А.М. Теория идентификации краевых условий. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований. 2008.
13. Сафина Г.Ф. Акустическое диагностирование механических систем: монография. В 2 ч., Ч. 2. Уфа: РИЦ БашГУ. 2014. 110 с.
14. Freund L.V., Herrmann G. Dynamic fracture of a beam or plate in plate bending. Journal of applied mechanics. 1976. Vol.76. P.112-116.
15. Мелешко С.В., Покорный Ю.В. Об одной вибрационной краевой задаче. Дифференц. уравнения. 1987. Т. 23. № 8. С.1466-1467.
16. Льюнг Л. Идентификация систем. М.: Мир, 1991.
17. Левин А.В. Расчет на статический изгиб и на вибрацию дисков гиперболического профиля. ЖТФ. 1937. Т. 7. № 17. С. 1754-1767.
18. Лапин А. Д. Резонансный поглотитель изгибных волн в стержнях и пластинах. Акустический журнал. 2002. Т. 48. № 2. С. 277-280.
19. Лаврентьев М.М., Резницкая К.Х., Яхно В.Г. Одномерные обратные задачи математической физики. Новосибирск: Наука, 1982.
20. Коллатц Л. Задачи на собственные значения (с техническими

- приложениями). М.: Наука, 1968. 503 с.
21. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 182 с.
22. Справочник по теории упругости (для инженеров-строителей) под редакцией Варвака П.М. и Рябова А.Ф. 1971. Киев: Будьвельник. 418 с.
23. Огибалов П.М. Вопросы динамики и устойчивости оболочек. М., Изд-во МГУ, 1963.
24. Черных К.Ф. Линейная теория оболочек. Л. Изд-во Ленинградского университета, ч. I, 1962. ч. II, 1968.
25. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. М., «Машиностроение», 1966.
26. Mamatov, J., & Parmonov, A. (2020). Tasvirli masala matematikani o'qitish samaradorligini oshirish vositasi sifatida. Архив Научных Публикаций JSPI, 109-109.
27. Mamatov, J. (2020). Tasvirli masalalar tuzishda yo'l qo'yiladigan kamchiliklarni yop'qotish haqida. Архив Научных Публикаций JSPI.